Ejercicios de distribuciones: generalmente se utilizan para hallar igualdades de funciones con funciones de prueba, se utilizan las propiedades para poder llegar a una función que dependa de puros deltas y de la función de prueba.

Transformadas de Laplace: se pueden sacar ec diferenciales con ellas, para ello se debe sacar la transformada de Laplace a ambos lados de la ecuación, luego se despeja la función y se le aplica la antitransformada.

Convolución: se debe hacer si las funciones son causales. Para resolver convoluciones sin hacer la integral, se debe aplicar las propiedades con las derivadas y luego integrar (aplica siempre y cuando se tengan puros deltas). Para resolver convoluciones se puede usar transformada de Laplace, se saca una de las derivadas generalizadas, se aplican propiedades, se hace transformada, se multiplican las funciones transformadas y luego se hace la transformada inversa.

Ecuaciones diferenciales:

1) Causalizar u(x) (multiplicar por H(x)).
2) Considerar la ecuación diferencial distribucional Lu(x)=F(x), donde L=D^4-I, este operador tendrá las operaciones de la ec. Diferencial original (se le aplica a u y se igualan).
3) Luego se deben calcular las derivadas de u para sustituirlas en la ecuación a la que se le aplicó el operador diferencial, luego se debe manipular la ecuación para sacarle la transformada de Laplace.
4) Después si lo igualo a Lu(x) desarrollada (con las derivadas) y aplico transformada de Laplace a ambos lados y despejo U(x).
5) Aplico transformada inversa para hallar u(x), puede ser por residuos o fracciones simples.

Hallar función de Green dado un operador diferencial: G(x)=g(x)H(x) tal que L(G(x))=d(x). Se aplica T.L y luego T.L inversa.

Hallar una función dada una convolución: Se deben hacer cambios de variable para simplificar la expresión de la convolución, luego hallar la convolución derivada dos veces y aplicar las propiedades.

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a \in \mathbb{R},\ \alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$
$u^{(k)}_{gen}(x)$	$z^k U(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

$\longrightarrow$

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	z^k
$\delta^{(k)}(x-a)$	$z^k e^{-az}$
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$

$\longrightarrow$

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\operatorname{sen}(ax)$	$\frac{a}{z^2+a^2}$
$H(x)\cos(ax)$	$\frac{z}{z^2+a^2}$
$H(x)\operatorname{senh}(ax)$	$\frac{a}{z^2-a^2}$
$H(x)\cosh(ax)$	$\frac{z}{z^2-a^2}$

Propiedades de distribuciones	Propiedades de convoluciones (causales)
$\int_{-inf}^{inf} f(x)T(x)dx$ T(x) función de prueba.	$\int_{-inf}^{inf} f(x-y)g(y)dy$ ambas causales.
<f(x-a),T(x)> = <f(x),T(x+a)>	F*G=G*F
<f(-x),T(x)> = <f(x),T(-x)>	F*(G+H) = F*G + F*H
<F(x)+G(x),T(x)> = <F(x),T(x)>+ <G(x),T(x)>	F*(G*H) = (F*G)*H
<af(x),T(x)> = a <f(x),T(x)>	Tf(x) = f(x-a) operador traslación
<F(x),T(x)> = <G(x),T(x)> G(x)=F(x)	T(f*g)(x) = Tf*g = f*Tg
<f’(x),T(x)> = -<f(x),T’(x)>	(F*G)’ = F’*G = F*G’
<gF,T(x)> = <F,gT(x)>	(F*G)^(k+l) = (F^k)*(G^l)
<δ(x),T(x)>=T(0)	δ(x)*F(x)>=F(x) o δ(x-1)*F(x)>=F(x-1)

<F(x)*G(x),T(x)> = <F(z),<G(x),T(x+z)>>

Propagador causal (función de Green): L(G(x))= δ(x), L(u(x))=F, G(x)=g(x)H(x)